

```
> restart;
> with(inttrans);
[adddtable, fourier, fouriercos, fouriersin, hankel, hilbert, invfourier, invhilbert, invlaplace,
  invmellin, laplace, mellin, savetable]
```

Fonction de transfert du HP

```
> HP := S^2/(1+S/Q+S^2);
```

$$HP := \frac{S^2}{1 + \frac{S}{Q} + S^2}$$

On introduit la fréquence de résonance

```
> S := s/omega ;
```

$$S := \frac{s}{\omega}$$

Transformée inverse de Laplace de la fonction de transfert du HP donne réponse impulsionnelle

```
> RI := invlaplace(HP, s, t);
```

$$RI := \text{Dirac}(t) + \frac{1}{Q(4Q^2-1)} \left( e^{-\frac{t\omega}{2Q}} \left( -\cosh\left(\frac{t\sqrt{-\omega^2(4Q^2-1)}}{2Q}\right) \omega(4Q^2-1) \right. \right. \\ \left. \left. + (2Q^2-1)\sqrt{-\omega^2(4Q^2-1)} \sinh\left(\frac{t\sqrt{-\omega^2(4Q^2-1)}}{2Q}\right) \right) \right)$$

Sinus pur

```
> e := A*sin(phi*t);
```

$$e := A \sin(\phi t)$$

Transformé de Laplace du sinus

```
> ep:=laplace(e, t, s);
```

$$ep := \frac{A\phi}{\phi^2 + s^2}$$

Transformée de Laplace de la réponse du HP au sinus

```
> out := HP*ep;
```

$$out := \frac{s^2 A \phi}{\omega^2 \left( 1 + \frac{s}{\omega Q} + \frac{s^2}{\omega^2} \right) (\phi^2 + s^2)}$$

Amplitude complexe du régime permanent à la réponse du sinus

```
> B := subs(s = I*phi, HP);
```

$$B := -\frac{\phi^2}{\omega^2 \left( 1 + \frac{I\phi}{\omega Q} - \frac{\phi^2}{\omega^2} \right)}$$

```
> modB := abs(B) ;
```

(9)

$$modB := \frac{|\phi|^2 \left| \frac{1}{1 + \frac{I\phi}{\omega Q} - \frac{\phi^2}{\omega^2}} \right|}{|\omega|^2} \quad (9)$$

> **argB := argument(B) ;**

$$argB := arg \left( -\frac{\phi^2}{\omega^2 \left( 1 + \frac{I\phi}{\omega Q} - \frac{\phi^2}{\omega^2} \right)} \right) \quad (10)$$

Transformée de Laplace inverse soit réponse temporelle du HP au sinus

> **outT := invlaplace(out, s, t) ;**

$$outT := \frac{1}{Q^2 \omega^4 - 2 Q^2 \omega^2 \phi^2 + Q^2 \phi^4 + \omega^2 \phi^2} \left( A \left( \sin(\phi t) \phi^2 Q^2 (-\omega^2 + \phi^2) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\sinh \left( \frac{t \sqrt{-\omega^2 (4 Q^2 - 1)}}{2 Q} \right) e^{-\frac{t\omega}{2Q}} Q \omega^2 \phi (2 Q^2 \omega^2 - 2 Q^2 \phi^2 + \phi^2)}{\sqrt{-\omega^2 (4 Q^2 - 1)}} + \left( \right. \right. \\ \left. \left. - e^{-\frac{t\omega}{2Q}} \cosh \left( \frac{t \sqrt{-\omega^2 (4 Q^2 - 1)}}{2 Q} \right) + \cos(\phi t) \right) \phi^3 \omega Q \right) \right) \quad (11)$$

Transitoire temporel sur le sinus

> **errT := outT - modB\*A\*sin(phi\*t+argB) ;**

$$errT := \frac{1}{Q^2 \omega^4 - 2 Q^2 \omega^2 \phi^2 + Q^2 \phi^4 + \omega^2 \phi^2} \left( A \left( \sin(\phi t) \phi^2 Q^2 (-\omega^2 + \phi^2) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\sinh \left( \frac{t \sqrt{-\omega^2 (4 Q^2 - 1)}}{2 Q} \right) e^{-\frac{t\omega}{2Q}} Q \omega^2 \phi (2 Q^2 \omega^2 - 2 Q^2 \phi^2 + \phi^2)}{\sqrt{-\omega^2 (4 Q^2 - 1)}} + \left( \right. \right. \\ \left. \left. - e^{-\frac{t\omega}{2Q}} \cosh \left( \frac{t \sqrt{-\omega^2 (4 Q^2 - 1)}}{2 Q} \right) + \cos(\phi t) \right) \phi^3 \omega Q \right) \right) \quad (12)$$

$$\frac{|\phi|^2 \left| \frac{1}{1 + \frac{I\phi}{\omega Q} - \frac{\phi^2}{\omega^2}} \right| A \sin \left( \phi t + \arg \left( -\frac{\phi^2}{\omega^2 \left( 1 + \frac{I\phi}{\omega Q} - \frac{\phi^2}{\omega^2} \right)} \right) \right)}{|\omega|^2}$$

Relation entre la pulsation du sinus et sa fréquence

> `phi := evalf(2*Pi)*fe; A := 1/modB ;`

`phi := 6.283185308 fe`

$$A := \frac{0.02533029591 |\omega|^2 \left| -1 - \frac{6.283185308 I fe}{\omega Q} + \frac{39.47841761 fe^2}{\omega^2} \right|}{|fe|^2} \quad (13)$$

Fréquence de résonance du HP

> `omega := evalf(2*Pi*30) ;`

`omega := 188.4955592` (14)

Amortissement du HP et fréquence du sinus 100 hz

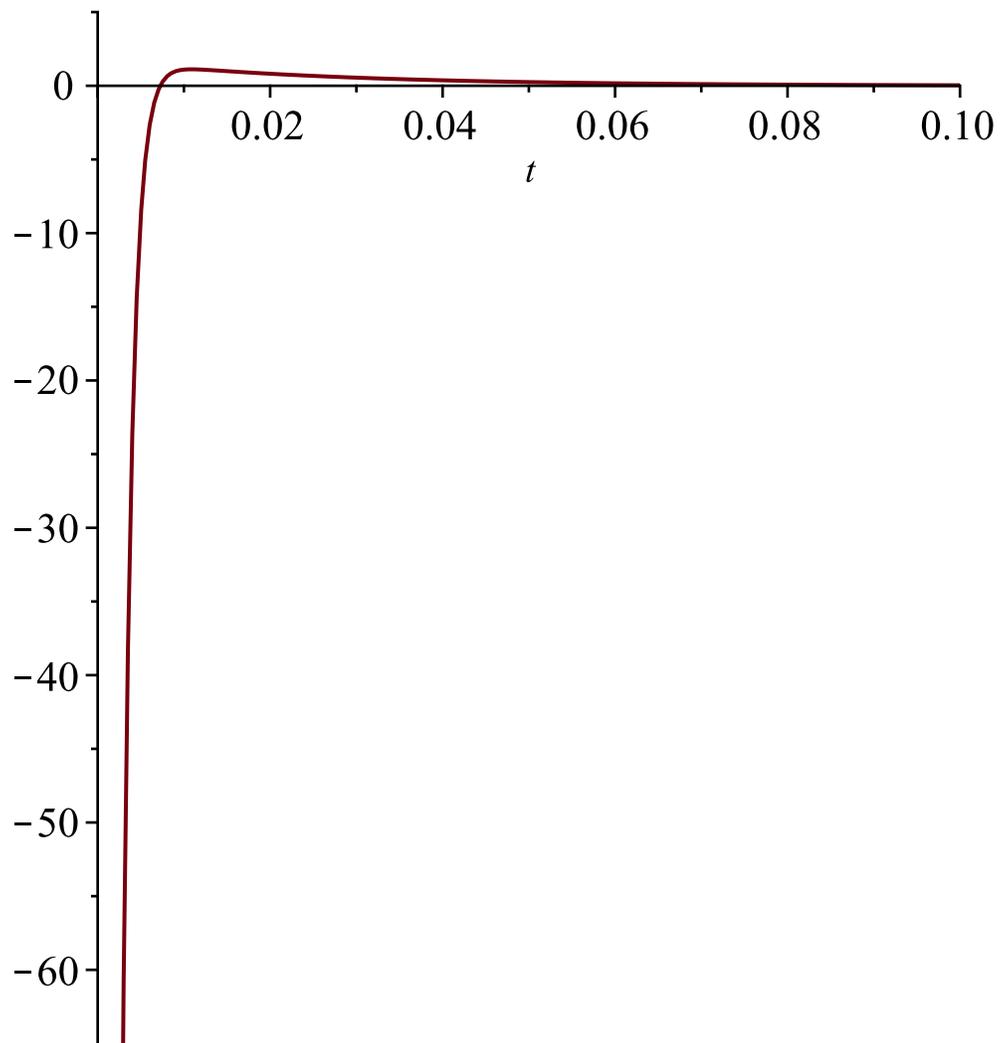
> `Q:=0.2; fe := 100;`

`Q := 0.2`

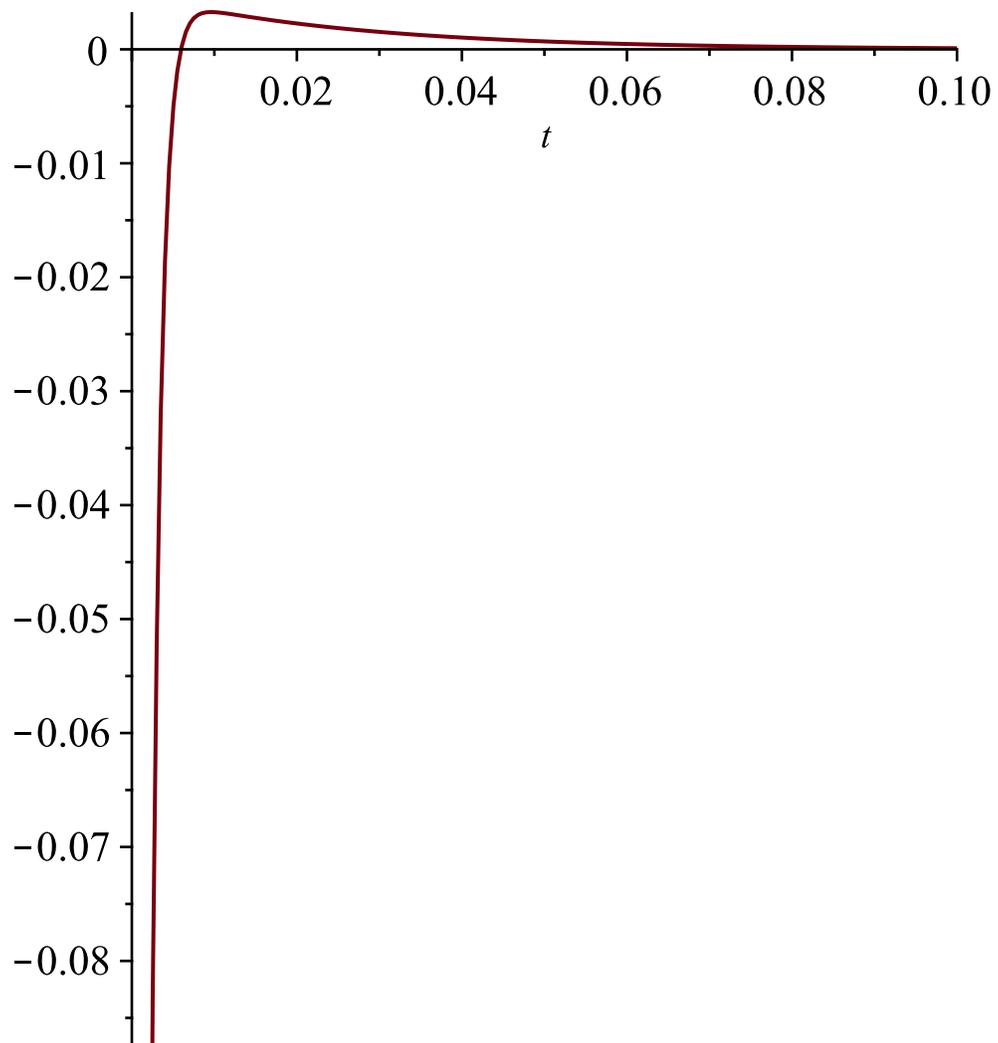
`fe := 100` (15)

Tracé de la réponse impulsionnelle

> `plot(RI, t=0..0.1);`



Tracé de l'erreur sur 20 périodes, on retrouve la réponse impulsionnelle  
> `plot(errT, t=0..0.1);`

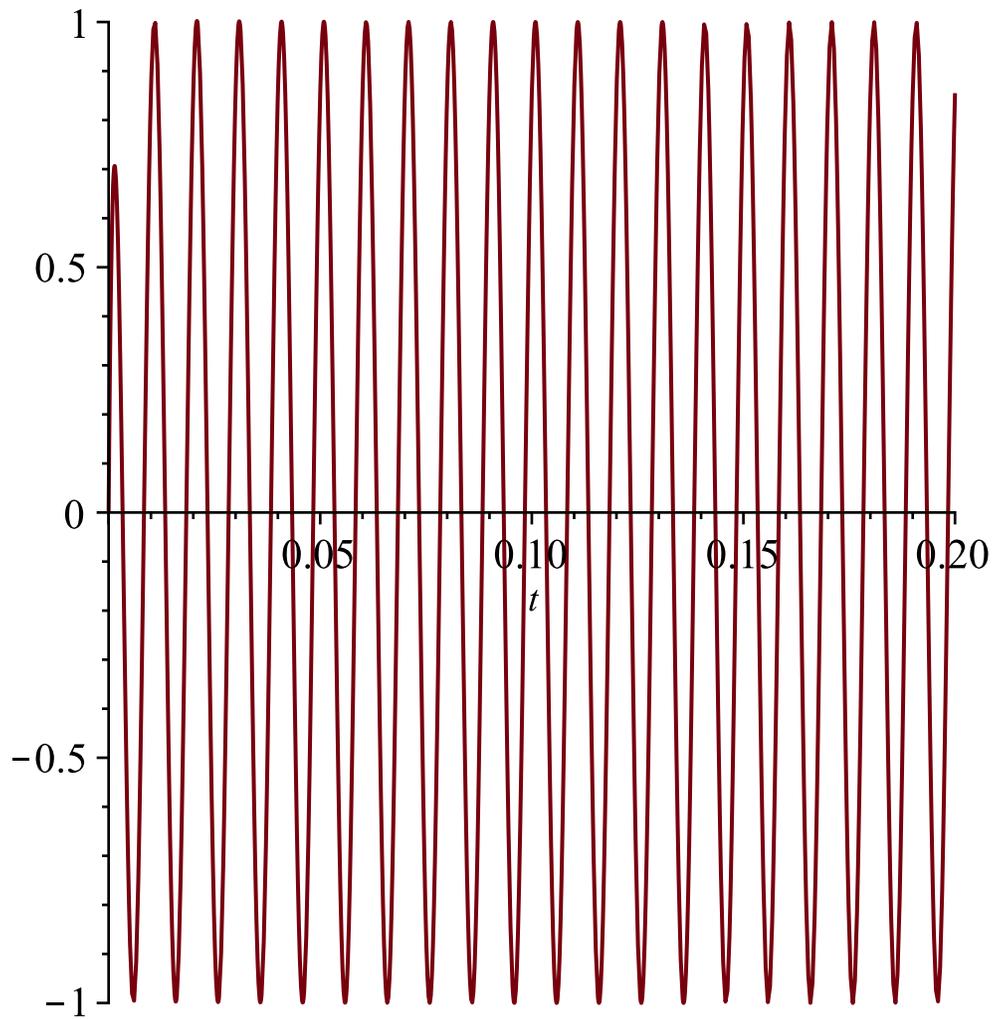


```
> evalf(subs(t=0.0045,errT)) ;  
-0.0105973560
```

(16)

Tracé de la réponse

```
> plot(outT, t=0..20/fe);
```



Fréquence du sinus 500 hz

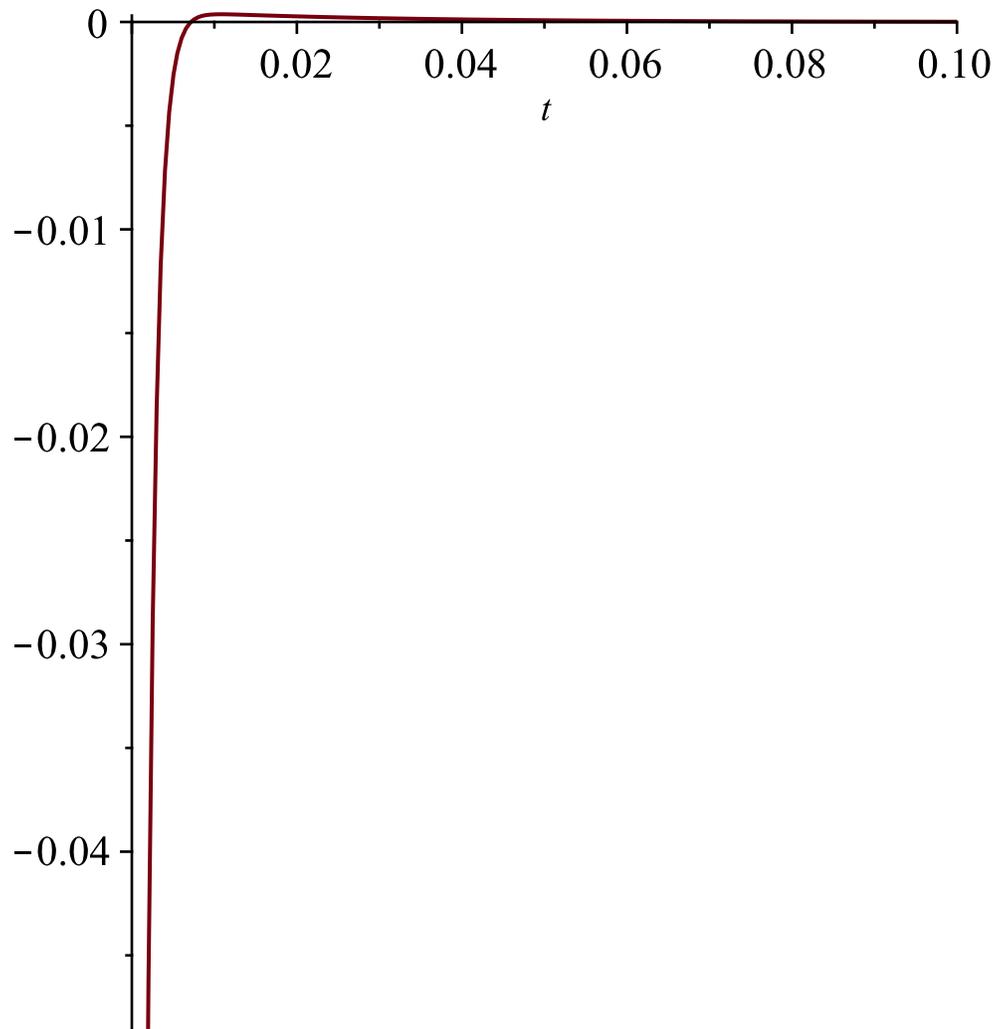
```
> fe := 500;
```

*fe* := 500

(17)

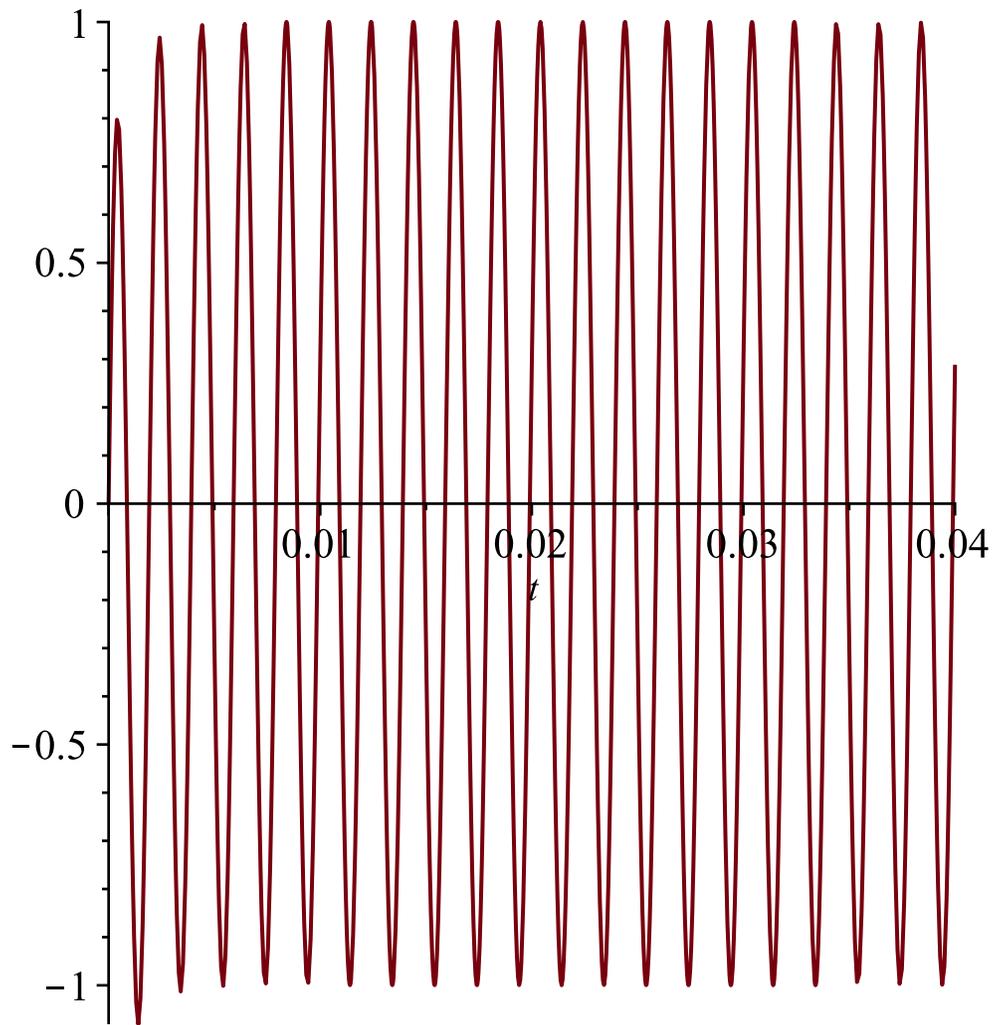
Tracé de la réponse impulsionnelle

```
> plot(errT, t=0..0.1);
```



Tracé de l'erreur sur 25 périodes

```
> plot(outT, t=0..20/fe);
```



```
> evalf(subs(t=0.0036,errT)) ;  
-0.0106721169  
>
```

(18)